

# Diagnose und Förderung in Selbstlernphasen im Themenbereich funktionales Denken



(Betreuung: Bärbel Barzel)

1

Hana Ruchniewicz Basel, 18.02.15

UNIVERSITÄT  
DUISBURG  
ESSEN

## Gliederung

- Kontext
- Theoretischer Hintergrund
- Methodologie
- Forschungsfragen
- Design der Lernumgebung
- Erste Ergebnisse
- Ausblick



2

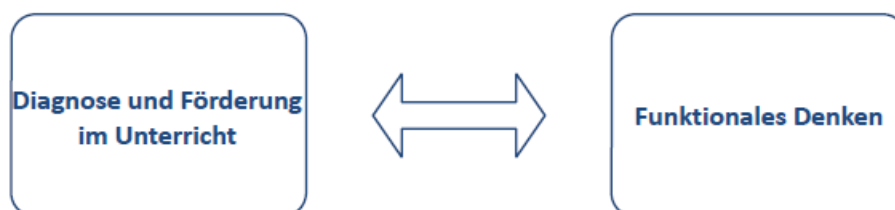
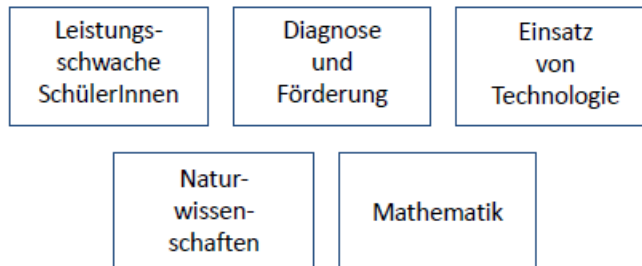
Hana Ruchniewicz Basel, 18.02.15

UNIVERSITÄT  
DUISBURG  
ESSEN

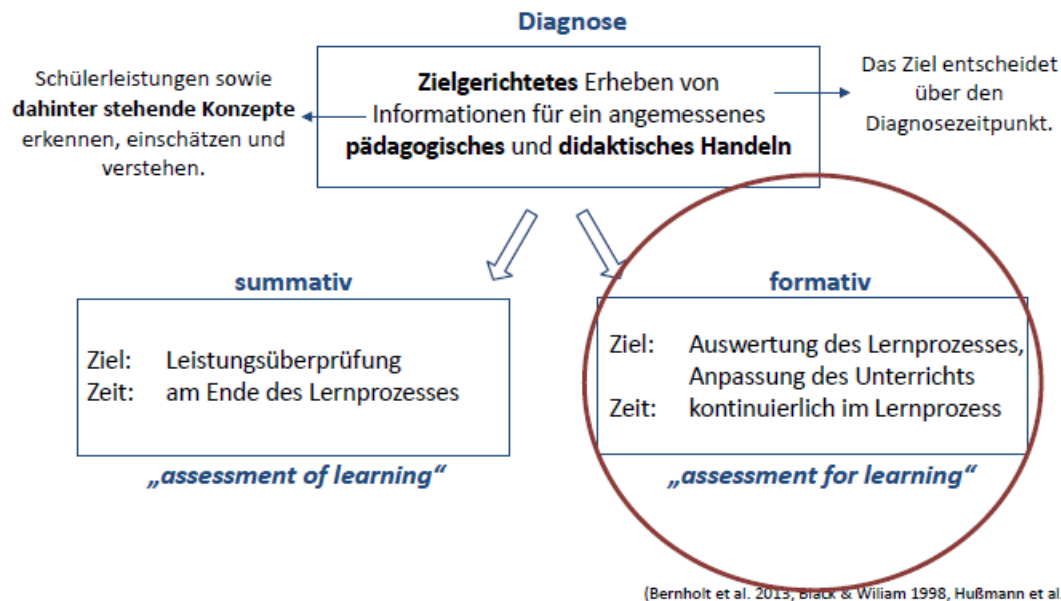


**FaSMEd** = Improving Progress for Lower Achievers through Formative Assessment in Science and Mathematics Education

- Projekt im 7. Forschungsrahmenprogramm der EU
- 2014 - 2016
- 9 Partner in 8 Ländern: UK, IR, NL, FR, NO, IT, SA, DE  
(David Wright, Malcolm Swan, Majella Dempsey, Marja van den Heuvel-Panhuizen, Gilles Aldon, Birgit Pepin, Christina Sabena, Marie Joubert, Bärbel Barzel, u.a.)



## Diagnose und Förderung im Unterricht

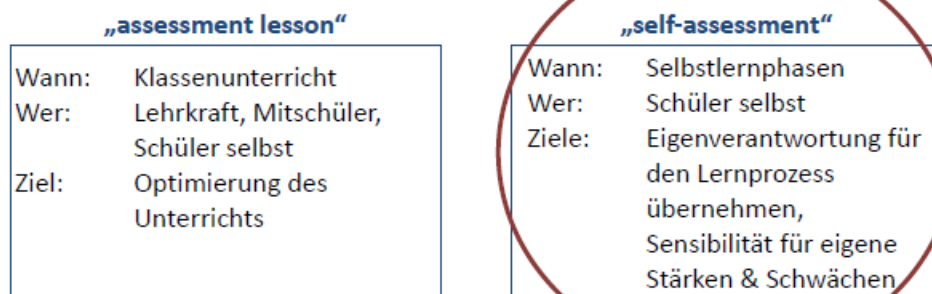


## Diagnose und Förderung im Unterricht

### • Zentrale Eigenschaften von formativer Diagnose:

- Prozessorientierung
- effektives Feedback
- Verknüpfung von Leistungsbeurteilung und Unterricht
- aktive Partizipation der Lernenden

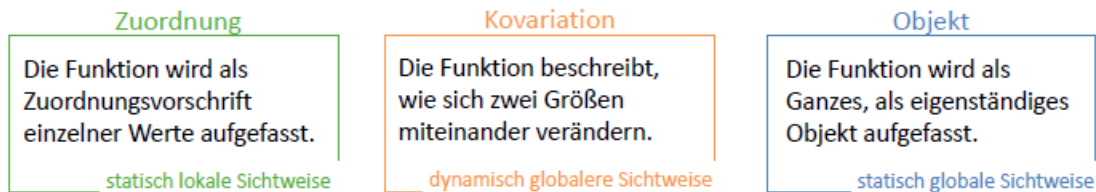
### • Arten von formativer Diagnose (bei FaSMEd):



(Bürgermeister et al. 2014, Fernholz & Prediger 2007, Heritage 2007, Leuders 2004)

## Funktionales Denken

- **Definiert** als „eine Denkweise, die typisch für den Umgang mit Funktionen ist.“ (Vollrath 1989, S.6)
- Folgende **3 Grundvorstellungen** von Funktionen sind für diese Denkweise charakteristisch:



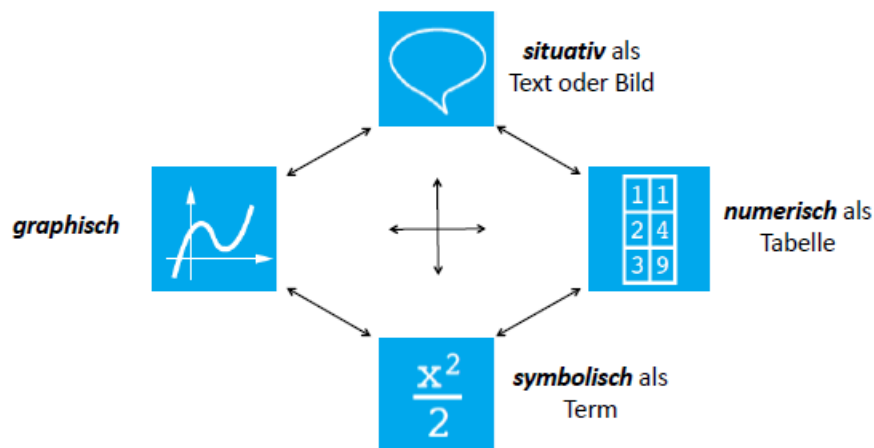
→ Diese müssen von Lernenden aufgebaut werden, um Zusammenhänge zwischen Größen mithilfe des mathematischen Funktionsbegriffs beschreiben zu können.

(Barzel 2009, vom Hofe 2003, Malle 2000b, Vollrath 1989)

# Theoretischer Hintergrund

## Funktionales Denken

Lernende begegnen funktionalen Zusammenhängen in verschiedenen **Darstellungsarten**:



→ Die Fähigkeit zwischen diesen Darstellungsarten flexibel zu wechseln ist wesentlicher Bestandteil funktionalen Denkens.

(Barzel 2009, Büchter 2008, Duval 2002, Huinker 1993, Leuders & Prediger 2005)

## Funktionales Denken

Für die Darstellungswechsel müssen Lerner viele **mathematische Tätigkeiten** beherrschen:

| von  zu    |  situativ |  numerisch |  graphisch |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
|  situativ  |                                                                                            | Werte bestimmen                                                                             | skizzieren, visualisieren                                                                    |
|  numerisch | interpretieren der Tabelle bzgl. Kontext, lesen                                            |                                                                                             | Punkte einzeichnen                                                                           |
|  graphisch | interpretieren                                                                             | Wertepaare ablesen                                                                          |                                                                                              |

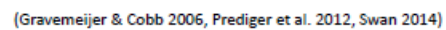
(Barzel 2009, Leuders & Prediger 2005)

## Typische Schülerfehler im Themenbereich funktionalen Denkens

- Graph-als-Bild-Fehler
- Eindeutigkeit der Funktion missachtet
- Falsche Achsenbezeichnung
- Fehler beim Umgang mit der Skala
- Unvollständige Modellierung

(in Anlehnung an Julia Busch 2015, Clement 1985, Hadjide metriou & Williams 2002, Hoffkamp 2011, Leinhardt et al. 1990, Malle 2000a, Nitsch 2014)

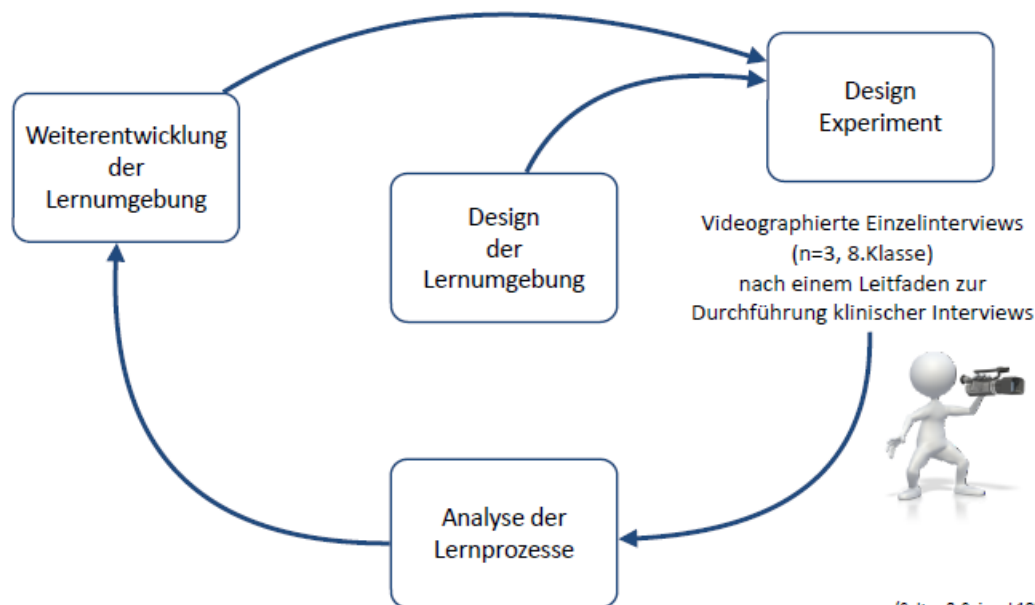
*„Design-based research is a formative approach to research, in which a product or process is envisaged, designed, developed, and refined through cycles of enactment, observation, analysis, and redesign, with systematic feedback from end users.“*  
(Swan 2014, S.148)



|                                                          |                                                                                                                                                                                                             |
|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>(1)</b></p> <p>Design der Lernumgebung</p>         | <p>Welche <b>inhaltlichen und methodischen Merkmale</b> sollten Lernumgebungen zur Diagnose und Förderung in Selbstlernphasen im Themenbereich funktionales Denken aufweisen?</p>                           |
| <p><b>(2)</b></p> <p>Rekonstruktion der Lernprozesse</p> | <p>Welche <b>Lernwege</b> sind <b>rekonstruierbar</b>, wenn Schülerinnen und Schüler mit der Lernumgebung zur Diagnose und Förderung in Selbstlernphasen im Themenbereich funktionales Denken arbeiten?</p> |



## 1. Zyklus:



(Selter & Spiegel 1997)

# Design der Lernumgebung

## Auswahl der zu diagnostizierenden Kompetenzen:

- K1) Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?
- K2) Kann ich einen Graphen innerhalb einer Sachsituation interpretieren?
- K3) Kann ich zu den Messwerten einer Situation eine Tabelle erstellen?
- K4) Kann ich die Werte einer Zuordnung, die durch eine Tabelle gegeben ist, Sachsituation interpretieren?
- K5) Kann ich zu einer Zuordnung, die durch eine Tabelle gegeben ist, einen Graph erstellen?
- K6) Kann ich einzelne Wertepaare aus einem Graphen ablesen und in einer Tabelle darstellen?
- K7) Kann ich erkennen, welche Darstellungen (Text, Tabelle, Graph) zusammen Vorteile der Darstellungen benennen?
- K8) Kann ich beschreiben, wie sich der Graph verändert, wenn die Größe wächst?

6 Kompetenzen  
bezüglich einzelner  
Darstellungswechsel

1 Kompetenz  
bezüglich variablen  
Darstellungswechseln

1 Kompetenz  
bezüglich des  
Kovariationsaspekts

(Barzel et al. 2014)



## Struktur der Lernumgebung:

**A1.1 Zusammenhänge zwischen Größen darstellen** FaSMEd

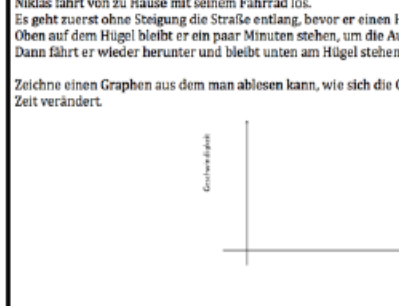
Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

**Überprüfen:**

Niklas fährt von zu Hause mit seinem Fahrrad los. Es geht zuerst ohne Steigung die Straße entlang, bevor er einen Hügel auf dem Hügel bleibt er ein paar Minuten stehen, um die Au Dann fährt er wieder herunter und bleibt unten am Hügel stehen.

Zeichne einen Graphen aus dem man ablesen kann, wie sich die G Zeit verändert.

Diagnostische Aufgabe



KOSIMA Selbstbeurteilung

**A1.2 Zusammenhänge zwischen Größen darstellen** FaSMEd

Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

**Check:**

| Wie habe ich die Aufgabe gelöst?                                                                                                             | Wie geht es weiter? |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|------------|
|                                                                                                                                              | Hilfe               | Üben       |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph sieht so ähnlich aus wie die beiden Lösungsbeispiele. Ich habe alle 6 Punkte überprüft.                  | ✓                   | A3.7, A3.8 |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph beginnt nicht im Nullpunkt.                                                                              | A2.1                | A3.1       |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph steigt zu Beginn nicht an.                                                                               | A2.2                | A3.3       |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph fällt nicht ab, um darzustellen, dass Niklas beim Hochfahren des Hügels langsamer wird.                  | A2.2                | A3.3       |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph ist keine Zeit lang konstant bei einem Wert von Null, um darzustellen, dass Niklas auf dem Hügel anhält. | A2.1                | A3.2       |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph steigt nicht an, um darzustellen, dass Niklas bergab fährt.                                              | A2.2                | A3.3       |
| <input type="checkbox"/> Am Schluss berührt mein Graph nicht die erste Achse.                                                                | A2.1                | A3.2       |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph sieht aus wie eine Straße mit einem Hügel am Ende.                                                       | A2.3                | A3.4       |
| <input type="checkbox"/> In meinem Graphen gibt es einzelne Zeitpunkte, zu denen ich mehrere Geschwindigkeiten eingetragen habe.             | A2.4                | A3.5       |
| <input type="checkbox"/> Ich habe auf der ersten Achse die Geschwindigkeit und auf der zweiten Achse die Zeit eingetragen.                   | A2.5                | A3.6       |

2

## Struktur der Lernumgebung:

Gut-zu-wissen

**A1.2 Zusammenhänge zwischen Größen darstellen** FaSMEd

Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

**Check:**

| Wie habe ich die Aufgabe gelöst?                                                                                                             | Wie geht es weiter? |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|------------|
|                                                                                                                                              | Hilfe               | Üben       |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph sieht so ähnlich aus wie die beiden Lösungsbeispiele. Ich habe alle 6 Punkte überprüft.                  | ✓                   | A3.7, A3.8 |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph beginnt nicht im Nullpunkt.                                                                              | A2.1                | A3.1       |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph steigt zu Beginn nicht an.                                                                               | A2.2                | A3.3       |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph fällt nicht ab, um darzustellen, dass Niklas beim Hochfahren des Hügels langsamer wird.                  | A2.2                | A3.3       |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph ist keine Zeit lang konstant bei einem Wert von Null, um darzustellen, dass Niklas auf dem Hügel anhält. | A2.1                | A3.2       |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph steigt nicht an, um darzustellen, dass Niklas bergab fährt.                                              | A2.2                | A3.3       |
| <input type="checkbox"/> Am Schluss berührt mein Graph nicht die erste Achse.                                                                | A2.1                | A3.2       |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph sieht aus wie eine Straße mit einem Hügel am Ende.                                                       | A2.3                | A3.4       |
| <input type="checkbox"/> In meinem Graphen gibt es einzelne Zeitpunkte, zu denen ich mehrere Geschwindigkeiten eingetragen habe.             | A2.4                | A3.5       |
| <input type="checkbox"/> Ich habe auf der ersten Achse die Geschwindigkeit und auf der zweiten Achse die Zeit eingetragen.                   | A2.5                | A3.6       |

2

**A2.4 Zusammenhänge zwischen Größen darstellen** FaSMEd

Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

**Gut zu wissen:**

Zu jedem beliebigen Zeitpunkt während der Fahrradfahrt kann man die gemessene Geschwindigkeit messen. Es ist nicht möglich, dass Niklas zu einem Zeitpunkt verschiedene Geschwindigkeiten hat. Deshalb sind zum Beispiel die folgenden Graphen nicht möglich.

**A3.3 Zusammenhänge zwischen Größen darstellen** FaSMEd

Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

**Üben 3:**

Die folgenden Situationen beschreiben verschiedene Bewegungen. Die abgebildeten Graphen stellen die Geschwindigkeit  $v(t)$  in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  dar. Ordne jeder Situation den richtigen Graphen zu.

1. Du bleibst die ganze Zeit an derselben Stelle stehen.
2. Du fährst mit dem Fahrrad einen Berg herunter und dann an einem Fluss entlang.
3. Du fährst mit deinem Eltern im Auto auf der Autobahn. Dein Vater muss stark bremsen, als ihr in einen Stau kommt.
4. Du läufst die ganze Zeit mit etwa gleichem Tempo.
5. Ein Kettenkarussell fährt langsam an, kreist zweimal um die eigene Achse und kommt dann wieder zum Stehen.
6. Anna geht zu Fuß zur Schule. Auf dem Weg fällt ihr ein, dass sie ihr Matheheft zu Hause vergessen hat. Deshalb rennt sie schnell nach Hause zurück.
7. Nyus fährt mit dem Fahrrad zum Fußball Training. An einer Straßenecke hält er an, um auf seine Uhr zu schauen. Er stellt fest, dass er spät dran ist und muss sich nun beeilen.

8



Üben



## Struktur der Lernumgebung:

### Erweitern

**A1.2 Zusammenhänge zwischen Größen darstellen** FaSMEd

Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

**Checke:**

| Wie habe ich die Aufgabe gelöst?                                                                                                             | Wie geht es weiter?                 |                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
|                                                                                                                                              | nur                                 | über                     |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph sieht so ähnlich aus wie die beiden Lösungsskizzen. Ich habe alle 6 Punkte überprüft.                    | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph beginnt nicht im Nullpunkt.                                                                              | A2.1                                | A3.1                     |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph steigt zu Beginn nicht an.                                                                               | A2.2                                | A3.2                     |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph fällt nicht ab, um darzustellen, dass Niklas beim Hochfahren des Hügels langsamer wird.                  | A2.2                                | A3.2                     |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph ist keine Zeit lang konstant bei einem Wert von Null, um darzustellen, dass Niklas auf dem Hügel anhält. | A2.1                                | A3.2                     |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph steigt nicht an, um darzustellen, dass Niklas bergab fährt.                                              | A2.2                                | A3.2                     |
| <input type="checkbox"/> Am Schluss beendet mein Graph nicht die erste Achse.                                                                | A2.1                                | A3.2                     |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph sieht aus wie eine StraÙe mit einem Hügel am Ende.                                                       | A2.3                                | A3.4                     |
| <input type="checkbox"/> In meinem Graphen gibt es einzelne Zeitpunkte, zu denen ich mehrere Geschwindigkeiten eingetragen habe.             | A2.4                                | A3.5                     |
| <input type="checkbox"/> Ich habe auf der ersten Achse die Geschwindigkeit und auf der zweiten Achse die Zeit eingetragen.                   | A2.5                                | A3.6                     |

**A4 Zusammenhänge zwischen Größen darstellen** FaSMEd

Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

**Erweitern:**

In einer Badewanne sind 130 Liter (l) Wasser. Der Abfluss ist verstopft. Deswegen laufen pro Minute (min) nur 10 l Wasser ab.

a) Zeichne einen Graphen aus dem man ablesen kann, wie viel Liter Wasser sich zu einem bestimmten Zeitpunkt nach Öffnen des Abflusses in der Badewanne befinden.

b) Zeichne einen Graphen aus dem man ablesen kann, wie sich die Abflussgeschwindigkeit des Wassers in Abhängigkeit von der Zeit nach Öffnen des Abflusses verändert.

## Struktur der Lernumgebung:

### Gut-zu-wissen

**A1.2 Zusammenhänge zwischen Größen darstellen** FaSMEd

Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

**Checke:**

| Wie habe ich die Aufgabe gelöst?                                                                                                             | Wie geht es weiter?                 |                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
|                                                                                                                                              | nur                                 | über                     |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph sieht so ähnlich aus wie die beiden Lösungsskizzen. Ich habe alle 6 Punkte überprüft.                    | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph beginnt nicht im Nullpunkt.                                                                              | A2.1                                | A3.1                     |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph steigt zu Beginn nicht an.                                                                               | A2.2                                | A3.2                     |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph fällt nicht ab, um darzustellen, dass Niklas beim Hochfahren des Hügels langsamer wird.                  | A2.2                                | A3.2                     |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph ist keine Zeit lang konstant bei einem Wert von Null, um darzustellen, dass Niklas auf dem Hügel anhält. | A2.1                                | A3.2                     |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph steigt nicht an, um darzustellen, dass Niklas bergab fährt.                                              | A2.2                                | A3.2                     |
| <input type="checkbox"/> Am Schluss beendet mein Graph nicht die erste Achse.                                                                | A2.1                                | A3.2                     |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph sieht aus wie eine StraÙe mit einem Hügel am Ende.                                                       | A2.3                                | A3.4                     |
| <input type="checkbox"/> In meinem Graphen gibt es einzelne Zeitpunkte, zu denen ich mehrere Geschwindigkeiten eingetragen habe.             | A2.4                                | A3.5                     |
| <input type="checkbox"/> Ich habe auf der ersten Achse die Geschwindigkeit und auf der zweiten Achse die Zeit eingetragen.                   | A2.5                                | A3.6                     |

**A2.4 Zusammenhänge zwischen Größen darstellen** FaSMEd

Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

**Gut zu wissen:**

Zu jedem beliebigen Zeitpunkt während der Fahrradfahrt kannst du genau eine Geschwindigkeit messen. Es ist nicht möglich, dass Niklas zu einem Zeitpunkt verschiedene Geschwindigkeiten hat. Deshalb sind zum Beispiel die folgenden Graphen nicht möglich.

**A3.3 Zusammenhänge zwischen Größen darstellen** FaSMEd

Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

**Üben 3:**

Die folgenden Situationen beschreiben verschiedene Bewegungen. Die abgebildeten Graphen stellen die Geschwindigkeit  $v(t)$  in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  dar. Ordne jeder Situation den richtigen Graphen zu.

1. Du bleibst die ganze Zeit an derselben Stelle stehen.
2. Du fährst mit dem Fahrrad einen Berg hinauf und dann an einem Fluss entlang.
3. Du fährst mit deinen Eltern im Auto auf der Autobahn. Dein Vater muss stark bremsen, als ihr in einen Stau kommt.
4. Du läufst die ganze Zeit mit etwa gleichem Tempo.
5. Ein Kettenkarussell fährt langsam an, kreist zweimal um die eigene Achse und kommt dann wieder zum Stehen.
6. Anna geht zu Fuß zur Schule. Auf dem Weg fällt ihr ein, dass sie ihr Matheheft zu Hause vergessen hat. Deshalb rennt sie schnell nach Hause zurück.
7. Huse fährt mit dem Fahrrad zum Fußball Training. An einer StraÙencke hält er an, um auf seine Uhr zu schauen. Er stellt fest, dass er spät dran ist und muss sich nun beeilen.



### Üben

## Struktur der Lernumgebung:

### Erweitern

| A1.2 Zusammenhänge zwischen Größen darstellen FaSMEd                                                                                        |                                     |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|------------|
| Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?                                                                              |                                     |            |
| Check:                                                                                                                                      |                                     |            |
| Wie habe ich die Aufgabe gelöst?                                                                                                            | Wie geht es weiter?                 |            |
|                                                                                                                                             | Ja                                  | Nein       |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph sieht so ähnlich aus wie die beiden Lösungsbilder. Ich habe also 6 Punkte überprüft.                    | <input checked="" type="checkbox"/> | A2.7, A3.8 |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph beginnt nicht im Nullpunkt.                                                                             | <input type="checkbox"/>            | A2.1 A3.1  |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph steigt zu Beginn nicht an.                                                                              | <input type="checkbox"/>            | A2.2 A3.2  |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph fällt nicht ab, um darzustellen, dass Niklas beim Hochfahren des Hügels langsamer wird.                 | <input type="checkbox"/>            | A2.2 A3.3  |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph ist keine Zeit lang konstant bei einem Wert von Null, um darzustellen, dass Niklas auf dem Hügel steht. | <input type="checkbox"/>            | A2.1 A3.2  |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph steigt nicht an, um darzustellen, dass Niklas bergab fährt.                                             | <input type="checkbox"/>            | A2.2 A3.3  |
| <input type="checkbox"/> Am Schluss beendet mein Graph nicht die erste Achse.                                                               | <input type="checkbox"/>            | A2.1 A3.2  |
| <input type="checkbox"/> Mein Graph sieht aus wie eine Strafe mit einem Hügel am Ende.                                                      | <input type="checkbox"/>            | A2.3 A3.4  |
| <input type="checkbox"/> In meinem Graphen gibt es einzelne Zeitpunkte, zu denen ich mehrere Geschwindigkeiten eingetragen habe.            | <input type="checkbox"/>            | A2.4 A3.5  |
| <input type="checkbox"/> Ich habe auf der ersten Achse die Geschwindigkeit und auf der zweiten Achse die Zeit eingetragen.                  | <input type="checkbox"/>            | A2.5 A3.6  |

**A4 Zusammenhänge zwischen Größen darstellen FaSMEd**  
Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?

**Erweitern:**  
In einer Badewanne sind 130 Liter (l) Wasser. Der Abfluss ist verstopft. Deswegen laufen pro Minute (min) nur 10 l Wasser ab.

a) Zeichne einen Graphen aus dem man ablesen kann, wie viel Liter Wasser sich zu einem bestimmten Zeitpunkt nach Öffnen des Abflusses in der Badewanne befinden.

b) Zeichne einen Graphen aus dem man ablesen kann, wie sich die Abflussgeschwindigkeit des Wassers in Abhängigkeit von der Zeit nach Öffnen des Abflusses verändert.

## Erste Ergebnisse

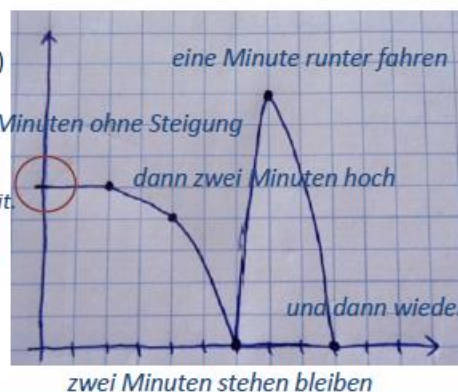
**Überprüfen:** Niklas fährt von zu Hause mit seinem Fahrrad los. Es geht zuerst ohne Steigung die Straße entlang, bevor er einen Hügel hinauf fährt. Oben auf dem Hügel bleibt er ein paar Minuten stehen, um die Aussicht zu genießen. Dann fährt er wieder herunter und bleibt unten am Hügel stehen.

Zeichne einen Graphen aus dem man ablesen kann, wie sich die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit verändert.

### Robert's Lösung:

(13 Jahre, 8. Klasse, Gymnasium, Leistungen im unteren Mittelfeld)

1. Fehler machen  
Hier ist die Mitte, also normale Geschwindigkeit.



Gilt das als Graph?

## Erste Ergebnisse

Check:

| Wie habe ich die Aufgabe gelöst?                                           | Wie geht es weiter?                                                                       |                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                            | Hilfe  | Üben  |
| <input checked="" type="checkbox"/> Mein Graph beginnt nicht im Nullpunkt. | A2.1                                                                                      | A3.1                                                                                     |

Das stimmt.

A2.1 und A3.1. A3.1 ist die Übung.

2.  
Fehler  
erkennen

3.  
Entscheidung  
über weiteres  
Handeln treffen

## Erste Ergebnisse

Üben: Du möchtest zu folgenden Situationen einen Graphen zeichnen.  
Entscheide jeweils, ob der Graph im Nullpunkt beginnt.  
Überlege dir genau, warum das so ist.

4.  
Intervention

- Der Preis für Äpfel wird im Supermarkt je nach ihrem Gewicht ermittelt.

*Das beginnt glaube ich nicht bei Null, weil Äpfel ja immer irgendein Gewicht haben und nicht am Anfang keins.*

- Klasse 7b verkauft Waffeln auf einem Schulfest.  
Wie hoch ist der Gewinn in Abhängigkeit von der verkauften Stückzahl?

*Das fängt auch bei Null an, weil man am Anfang noch 0 verkauft hat und dann geht's erst hoch.*

→ Robert löst 6 von 9 Teilaufgaben richtig, aber argumentiert auch bei scheinbar korrekten Lösungen fehlerhaft.

## Erste Ergebnisse

### Vergleich mit der Musterlösung:

#### 4. Intervention

1. Dieser Graph beginnt im Nullpunkt.  
Wenn man keine Äpfel kauft, dann muss man auch nichts bezahlen.

*Bei eins hab ich's falsch.*

*Ähm ... ja das stimmt.*

*Ich dachte eher das wäre der Verkaufspreis, also nicht so, wenn ich jetzt kaufe, sondern dass das so im Regel liegt und da steht.*

→ Argumentation erfolgt über das Alltagswissen.  
Robert betrachtet meist nur die Veränderung einer Größe.  
Graph wird nicht als Darstellung des Zusammenhangs zweier Größen wahrgenommen.

→ Ausbildung der 3 Grundvorstellungen zum funktionalen Denken noch unzureichend.

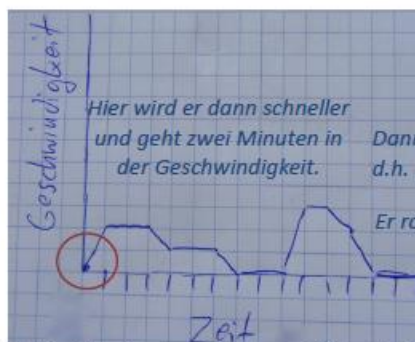
## Erste Ergebnisse

**Überprüfen:** Niklas fährt von zu Hause mit seinem Fahrrad los.  
Es geht zuerst ohne Steigung die Straße entlang, bevor er einen Hügel hinauf fährt.  
Oben auf dem Hügel bleibt er ein paar Minuten stehen, um die Aussicht zu genießen.  
Dann fährt er wieder herunter und bleibt unten am Hügel stehen.

Zeichne einen Graphen aus dem man ablesen kann, wie sich die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit verändert.

#### 5. Lernfortschritt prüfen

*Das fängt bei Null an,  
weil er ja am Anfang,  
wenn er losgeht,  
sich nicht bewegt.*



*Dann geht er den Hügel hoch,  
d.h. er wird nochmal langsamer.  
Das geht auch 2 Minuten.*

*Dann genießt er die Aussicht,  
also wieder auf 0 km/h  
und da bleibt er 2 Minuten.*

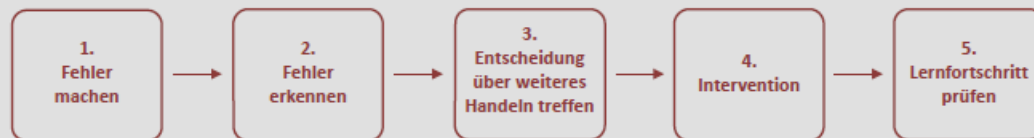
## Inhaltliche Ebene

- Fraglich, ob die Korrektur von Roberts Fehler durch die Intervention zustande kommt.
- Roberts Äußerungen lassen Vermutungen über Fehlerursachen zu.

→ **Weitere Analysen zur Ausbildung der 3 Grundvorstellungen**

## Metakognitive Ebene

- Die Lernumgebung lässt individuelle Lernwege zu:



- Fraglich, inwiefern den Lernenden dieser Lernweg bewusst ist.

→ **Weitere Analysen zur Reflexion der eigenen Denkprozesse**

# Ausblick

- Weitere qualitative Analysen im 1. Zyklus
- Technische Umsetzung der Lernumgebung in der server-basierten Software **JACK**
  - Hyperlinkstruktur wird vorgegeben
  - Feedback wird automatisch generiert
  - Quantitative Analysen möglich
- Weiterentwicklung der Lernumgebung





Fragen?

Anmerkungen?



Danke für die  
Aufmerksamkeit!

[hana.ruchniewicz@uni-due.de](mailto:hana.ruchniewicz@uni-due.de)

# Literatur

- Barzel, B. (2009):: Mathematik mit allen Sinnen erfahren - auch in der Sekundarstufe! In: Leuders, T., Hefendehl-Hebeker, L. & Weigand, H.-G. (Hrsg.): *Mathematische Momente*. Berlin: Cornelsen.
- Barzel, B., Jaschke, T. & Missale, B. (2014): Leistungskurven im Sport - Zusammenhänge zwischen Größen untersuchen. In: Prediger, S., Barzel, B., Hußmann, S. & Leuders, T. (Hrsg.): *Mathewerkstatt*, Klasse 7. Berlin: Cornelsen.
- Bernholdt, S., Rönnebeck, S., Ropohl, M., Köller, O. & Parchmann, I. (2013): Report on current state of the art in formative and summative assessment in IBE in STM - Part I. ASSIST-ME Report Series No. 1.
- Black, P. & Wiliam, D. (1998): Assessment and classroom learning. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 5(1), S.7-68.
- Büchter, A. (2008): Funktionale Zusammenhänge. *Mathematik lehren*, 2008(148), S.4-10.
- Clement, J. (1985): Misconceptions in graphing. *Proceedings of the 9th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, S.369-375.
- Bürgermeister, A., Klieme, E., Rakoczy, K., Harks, B. & Blum, W. (2014): Formative Leistungsbeurteilung im Unterricht: Konzepte, Praxisberichte und ein neues Diagnoseinstrument für das Fach Mathematik. In: Hasselhorn, M., Schneider, W. & Trautwein, U. (Hrsg.): *Lernverlaufsdiagnostik - Jahrbuch der pädagogisch-psychologischen Diagnostik, Test und Trends N.F. Band 12*. Göttingen: Hogrefe Verlag.
- Duval, R. (2002): The cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of Mathematics. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 1(2), S.1-16.
- Fernholz, J. & Prediger, S. (2007): „... weil meist nur ich weiß, was ich kann!“. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 49(15), S.14-18.
- Gravemeijer, K. & Cobb, P. (2006): Design research from a learning design perspective. In: Van den Akker, J., Gravemeijer, K., McKenney, S. & Nieveen, N. (Hrsg.): *Educational design research*. Abington: Routledge.

- Hadjdemetriou, C. & Williams, J. (2002): Children's graphical conceptions. *Research in Mathematics Education*, 4(1), S.69-87.
- Heritage, M. (2007): Formative Assessment: What do teachers need to know and do? *Phi Delta Kappa*, 89(2), S.140-145.
- vom Hofe, R. (2003): Grundbildung durch Grundvorstellungen. *Mathematik lehren*, 2003(118), S.4-8.
- Hoffkamp, A. (2011): Entwicklung qualitativ-inhaltlicher Vorstellungen zu Konzepten der Analysis durch den Einsatz interaktiver Visualisierungen - Gestaltungsprinzipien und empirische Ergebnisse. Dissertation, TU Berlin.
- Huinker, D. M. (1993): Interviews: A window to student's conceptual knowledge of operations. In: Webb, N. & Coxford, A. F. (Hrsg.): *Assessment in the Mathematics Classroom*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Hußmann, S., Leuders, T. & Prediger, S. (2007): Schülerleistungen verstehen - Diagnose im Alltag. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 49(15), S.1-8.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O. & Stein, M. K. (1990): Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), S.1-64.
- Leuders, T. (2004): Selbstständiges Lernen und Leistungsbewertung. *Der Mathematikunterricht*, 50(3), S. 63-79.
- Leuders, T. & Prediger, S. (2005): Funktioniert's? - Denken in Funktionen. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 47(2), S.1-7.

- Malle, G. (2000a): Funktionen untersuchen - ein durchgängiges Thema. *Mathematik lehren*, 2000(103), S. 4-7.
- Malle, G. (2000b): Zwei Aspekte von Funktionen: Zuordnung und Kovariation. *Mathematik lehren*, 2000(103), S.8-11.
- Nitsch, R. (2014): Schülerfehler verstehen - Typische Fehlermuster im funktionalen Denken. *Mathematik lehren*, 2014(187), S.8-11.
- Prediger, S., Link, M., Hinz, R., Hußmann, S., Thiele, J. & Ralle, B. (2012): Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen - Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht*, 65(8), S.452-457.
- Swan, M. (2014): Design Research in Mathematics Education. In: Lerman, S. (Hrsg.): *Encyclopedia of Mathematics Education*. Dordrecht: Springer.
- Vollrath, H.-J. (1989): Funktionales Denken. *Journal für Mathematikdidaktik*, 10(1), S.3-37.